

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ РЕАКТИМЕТРА

В статье предложен метод построения алгоритмов для оценки реактивности по дискретным измерениям мощности. Алгоритм предназначен для моделирования реактиметра в рамках комплексных математических моделей энергоблока.

Реактиметр – прибор, позволяющий оценить реактивность, внесенную в активную зону ядерного реактора, на основании изменения сигналов вне реакторных датчиков во времени. Обычно реактиметр использует один входной сигнал и выдает оценку реактивности. Чаще всего он реализован как цифровое устройство для рекуррентного оценивания реактивности. Эти соотношения и их коэффициенты заданы в документации к прибору.

Однако непосредственное использование этих соотношений в рамках комплексных математических моделей наталкивается на трудности.

Аппаратно реализованный реактиметр получает оценку реактивности при достаточно малом шаге по времени (период получения данных около 0.01 секунды), а в математической модели шаг по времени обычно значительно больше и может меняться в широких пределах (0.1-10000 секунд). В этих условиях необходимо дополнительно обосновать точность и устойчивость используемых рекуррентных схем и при необходимости их изменить.

Рекуррентные соотношения для расчета реактивности приведены например в РД 320.УС.НФХ.МР-99.

Для анализа точности данных рекуррентных соотношений применялась следующая методика.

Рассматривалось одно из часто встречающихся возмущений, анализируемых при помощи математической модели—быстрый вывод ОР СУЗ из активной зоны.

Динамика реактора описывалась в точечном приближении с обратными связями. Такой подход позволяет выделить методическую ошибку реактиметра, поскольку параметры точечной кинетики и закон изменения реактивности во времени заданы.

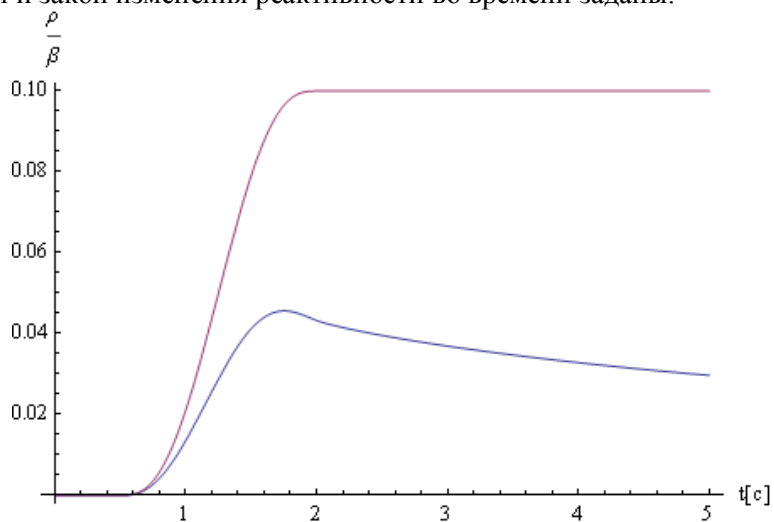


Рис. 1 Введенные реактивности с и без учета обратной связи по мощности

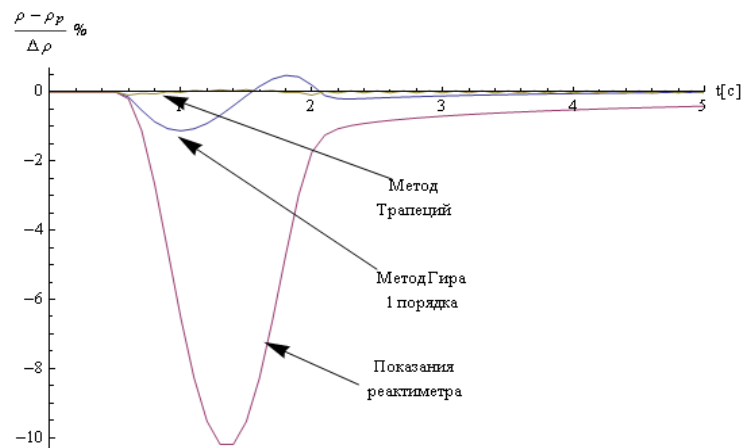


Рис. 2 Относительная ошибка расчета реактивности при шаге по времени 0.1 секунды

Как видно из Рис. 2 — методическая ошибка недопустимо велика, поэтому и возникла задача совершенствования алгоритма расчета реактивности.

В РД 320.УС.НФХ.МР-99 предлагается многоэтапная процедура получения рекуррентных соотношений.

- Приведение уравнений точечной кинетики (см. ниже) к интегральной форме путем интегрирования уравнений предшественников.
- Упрощение полученных выражений с учетом малости времени жизни мгновенных нейтронов.
- Построение разностной схемы для расчета интегралов.
- Построение рекуррентных соотношений для расчета реактивности.

$$\partial_t n[t] = \frac{\rho[t] - \beta}{\Lambda} n[t] + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i[t];$$

$$\partial_t c_i[t] = -\lambda_i c_i[t] + \frac{\beta_i}{\Lambda} n[t]$$

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

Такой подход обладает следующими недостатками.

- При упрощении выражений пренебрегается членом $\Lambda n(t) / (\beta n(t))$, что снижает точность оценки реактивности.
- Схема дискретизации интегралов не согласована со схемой аппроксимации закона изменения мощности во времени, что делает такую схему неравноточной.
- Процедура получения соотношений достаточно трудоемкая. В упомянутом документе вывод занимает несколько страниц.
- Не обоснована сходимость и устойчивость полученной схемы дискретизации.

Гораздо проще сразу провести дискретизацию уравнений точечной кинетики по схеме согласованной с методом дискретизации мощности. После этого, эти уравнения решаются как обычно, за одним исключением — вместо того чтобы искать мощность по заданной реактивности — ищется реактивность по заданной мощности.

Такой подход снимает перечисленные выше трудности.

- Нет необходимости упрощать выражения, выкидывая члены — поскольку получаются достаточно простые выражения.
- Очень легко менять схему дискретизации и согласовать ее со схемой дискретизации мощности, поскольку реактиметр строится на базе выбранной схемы.
- Процедура получения рекуррентных выражений для реактивности выражений проста — сводится к решению системы линейных уравнений.
- Поскольку метод эквивалентен численному интегрированию уравнений для предшественников с заданным методом дискретизации, то порядок аппроксимации

схемы и область устойчивости метода совпадают с таковыми для выбранной схемы интегрирования.

Пример построения схемы. Пусть для получения мощности используется неявная схема Эйлера. Запишем эту схему для уравнений точечной кинетики.

$$\frac{n[t_{j+1}] - n[t_j]}{t_{j+1} - t_j} = \frac{\rho[t_{j+1}] - \beta}{\Lambda} n[t_{j+1}] + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i[t_{j+1}];$$

$$\frac{c_i[t_{j+1}] - c_i[t_j]}{t_{j+1} - t_j} = -\lambda_i c_i[t_{j+1}] + \frac{\beta_i}{\Lambda} n[t_{j+1}]$$

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

Данная система линейна. Матрица системы имеет стреловидную форму. Поэтому можно выразить концентрации эмиттеров на шаге $i+1$ через мощность на этом шаге. Подстановка этих выражений в уравнение для мощности позволяет сразу найти реактивность.

На Рис. 2 приведена зависимость относительной ошибки оценки реактивности (по отношению к введенной реактивности 0.1 β). Использовались алгоритм из РД 320.УС.НФХ.МР-99 и алгоритмы, полученные с использованием схем дискретизации неявным методом Эйлера и неявным методом трапеций.

Поскольку первая и вторая схемы имеют одинаковый порядок аппроксимации, то снижение погрешности при переходе от первой схемы ко второй связано с отсутствием «физических» упрощений.

Повышение точности при переходе от второй схемы к третьей — обусловлено повышением порядка аппроксимации схемы.

Изложенный подход позволяет использовать практически произвольные разностные схемы при построении рекуррентных соотношений для реактиметра. Однако многие из популярных схем интегрирования технически сложны в реализации и требуют знания большого количества аппроксимирующих коэффициентов. Могут использовать алгоритмы автоматического выбора порядка или шага интегрирования, включают алгоритмы автоматического детектирования жесткости системы дифференциальных уравнений и т.п.

Естественный путь преодоления этой сложности — использование готовых библиотек для интегрирования дифференциальных уравнений.

Для решения уравнений реактиметра хорошо подходит пакет `ivp++` (<https://sourceforge.net/projects/ivpp/>) предназначенный для интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

Этот пакет для решения дифференциальных уравнений неявными методами требует задания только одной программы — для решения алгебраических уравнений вида.

$$x + \alpha f(t, x) = b$$

Коэффициент α и вектор b определяются выбранным методом интегрирования.

Для уравнений реактиметра эти уравнения легко решаются аналитически. Этого достаточно для применения всех методов пакета `ivp++`.

Если используются очень маленькие шаги по времени, что характерно для аппаратно реализованных реактиметров, то ошибка даже схем первого порядка невелика и теряется на фоне шумов на входе в реактиметр. И напротив, если шаг растет, то для схем высокого порядка погрешность дискретизации растет намного быстрее, чем для схем низкого порядка, и по мере роста шага превышает погрешность схем низкого порядка. Область применения разных схем определяется особенностями конкретной системы дифференциальных уравнений. Для уравнений реактиметра область, в которой целесообразно применять схемы высокого порядка, по нашему мнению, лежит в пределах от сотых до нескольких десятых долей секунды. Однако эта область совпадает с наиболее популярными величинами шагов при моделировании процессов в ядерных реакторах с использованием комплексных математических моделей.

В данной работе предложена простая методика получения рекуррентных соотношений для вычисления реактивности. Во многих случаях она позволяет существенно снизить методическую ошибку при оценке реактивности. Отличительной особенностью данной методики является большая гибкость выбора разностной схемы, что позволяет надеяться на ее широкое использование при проведении нейтронных расчетов ядерных реакторов.